

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

- 博客园
- 首页
- 新随笔
- 联系
- 订阅
- 管理

2022年3月						
日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力
 欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的
 园龄：4年7个月
 粉丝：288
 关注：5
 +加关注

盖楼抽奖
 #她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
 分享最打动人科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

[马上参与](#)

搜索

常用链接

- 我的随笔
- 我的评论
- 我的参与
- 最新评论
- 我的标签

积分与排名

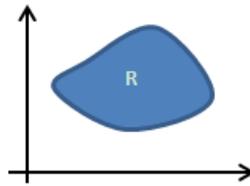
积分 - 457097
 排名 - 1198

多变量微积分笔记10——二重积分的应用

二重积分的几何意义是计算物体的体积，但是在实际问题中，二重积分还可以用来计算面积和均值。

计算面积

计算面积容易联想到单变量积分的几何意义，但通常这是用二重积分来完成的。



给出一个平面上的区域R，求R的面积。如果使用一元积分计算，会发现这并不容易，因为一元积分的几何意义是曲线与x轴围成的面积，而现在是要计算闭合曲线围成的面积。此时二元积分会比较有用。

将R区域的面积分成无数个小块，每个小块的面积都是dA，R的面积也就是dA之和（可参考《多变量微积分8——二重积分》）。如果用二重积分表示，R区域的面积就是函数f(x,y) = 1在R上的二重积分：

$$Area_R = \iint_R 1 dA = \iint_R dA$$

如果按照体积去思考，上式就是函数f(x,y) = 1的图形下的体积。由于在三维坐标中，f(x,y) = 1的图像是高度为1的水平面，所以二重积分表示底面积是Area_R，高度为1的棱柱的体积；体积等于底面积Area_R乘以高，高度是1，所以体积等于底面积。

通常我们不按照体积去思考，而是直接把 $\iint_R dA$ 看成R区域的面积微元dA的总和。

考虑一个均匀的平面物理物体，比如一个金属板，它的质量就可以用二重积分计算。平面金属板的质量是板上每一小片质量的总和。一个平面物体的密度是每单位面积元的质量，因此可以对密度积分求平面物体质量。用Δm表示质量，ρ表示密度，ΔA表示小块区域，则：

$$\Delta m \approx \rho \Delta A$$

$$Mass = \iint_R \rho dA$$

需要注意的是，二重积分只能处理平面，上式表示对密度做积分得到平面物体的质量。如果要计算空间物体的质量，就必须计算体积，这是三重积

随笔分类 (211)

★★资源下载★★(1)
Java并发编程(1)
程序员的数学(24)
单变量微积分(31)
多变量微积分(24)
概率(24)
机器学习(27)
软件设计(1)
数据分析(6)
数据结构与算法(27)
随笔(5)
线性代数(34)
项目管理(2)
转载(4)

随笔档案 (205)

2021年2月(1)
2020年3月(2)
2020年2月(6)
2020年1月(4)
2019年12月(7)
2019年11月(15)
2019年9月(3)
2019年8月(6)
2019年7月(1)
2019年6月(8)
2019年5月(3)
2019年4月(5)
2019年3月(7)
2019年2月(3)
2019年1月(7)
更多

阅读排行榜

1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0, 即夹角小于90°, 这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人

的工作。

计算平均值

二重积分的另一个应用是求区域上数量的平均值, 即在区域R上求函数f的平均值。

我们知道在有限数据集上求平均值的方法——用数值总量除以数值个数, 比如计算一个班级学生的平均身高。如果是无限数据集的平均值呢? 比如测量一个房间的平均温度, 我们通常的做法是选取一些点去测量, 然后计算这些点的平均值, 结果的真实度取决于测量点的个数。理论上无限多个点, 所以这种方式无法表述真正的数值。

实际上, 数学上定义连续平均值的方法是对整个数据集上的函数f做积分, 然后再除以这个集合的大小 (也就是区域R的面积) :

$$\bar{f} = \frac{1}{Area_R} \iint_R f dA$$

上式可以看作所有点处f值的和除以所有点的个数, 前提是各点的权重一致, 也就是等权平均值。

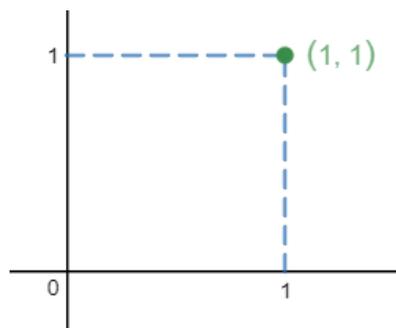
如果是加权平均, 还需要在积分内乘以权重系数:

$$\bar{f} = \frac{1}{Area_R} \iint_R f \delta dA$$

其中 δ 权重系数, 如果f是关于x和y的函数, 那么 δ 也应当是关于x和y的函数, 也就是每一个 $f(x,y)$ 都有对应的 $\delta(x,y)$ 。

示例

如下图所示, 在直角坐标系下有平面一个物体, 该物体的密度是 $\rho = xy$, 求该物体的质量和质心位置。



由于是平面物体, 其质量是面积的积分; 由于物体是不均匀的, 所以还需要乘以权重:

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵

--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice

--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)

有些图片挂了呢

--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程

提个issue，最速降线中

$v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系

--trustInU

$$dm = \rho dA$$

$$Mass = \iint_R \rho dA = \int_0^1 \int_0^1 xy dx dy$$

$$\int_0^1 xy dx = \frac{yx^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{y}{2}$$

$$\int_0^1 \frac{y}{2} dy = \frac{y^2}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$$

在x方向上的质心:

$$\bar{x} = \frac{1}{Mass} \iint_R x \rho dA = \frac{1}{4} \int_0^1 \int_0^1 x^2 y dx dy = \frac{2}{3}$$

由于该物体是关于y=x对称的，所以y方向上的质心也是2/3

作者: 我是8位的

出处: <http://www.cnblogs.com/bigmonkey>

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途!

扫描二维码关注公众号“我是8位的”



随笔

分类: [多变量微积分](#)

标签: [二重积分的应用](#)

好文要顶 关注我 收藏该文





我是8位的
关注 - 5
粉丝 - 288

+加关注

1
推荐

0
反对

« 上一篇: [多变量微积分笔记9——极坐标下的二重积分](#)

» 下一篇: [ML \(1\) ——机器学习简述](#)

posted on 2018-03-19 15:25 我是8位的 阅读(4808) 评论(0) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) 博客园首页

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事

【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

编辑推荐:

- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇



最新新闻:

- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
 - 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推“杀手级”功能, 可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:

博客园

Copyright © 2022 我是8位的
Powered by .NET 6 on Kubernetes